IL N'EST PAS DE VOIE ROYALE…

Didier Nordon
U.F.R. Mathématiques
Université Bordeaux I
351, cours de la Libération
F – 33405 Talence Cedex

Vulgariser les mathématiques pose de nombreux problèmes spécifiques. Au point que l'entreprise paraît particulièrement difficile, sinon impossible.

Langue

Immatériels, les objets mathématiques sont pris dans la langue beaucoup plus que ne le sont les objets des autres sciences. Si on avait montré que l'univers est euclidien, les géométries non euclidiennes auraient plus perdu de sens aux yeux du physicien qu'à ceux du mathématicien. C'est que, pour ce dernier, la réalité matérielle n'est pas le référent ultime unique. La langue en est un aussi. La validité d'un discours mathématique tient moins à sa fidélité à la réalité matérielle qu'à sa conformité aux lois du discours (mathématique).

Autre exemple de la dépendance des objets mathématiques vis-à-vis de la langue. Ce que nous appelons «nombre complexe», Descartes l'appelait «nombre imaginaire» et les premiers à s'en être approchés, au XVI^{e} siècle, «nombre impossible». Ces termes successifs désignent-ils un objet fixe et immuable, que les hommes réussiraient à cerner de plus en plus près? Non: ils sont trop expressifs pour qu'on soit en droit de négliger leur sens. Ils modifient ce qu'ils désignent, exerçant ainsi une influence littéraire sur les mathématiques. Un nombre complexe n'est pas un nombre impossible. Pas seulement à cause de son utilisation en physique, qui lui donne une réalité impensable au XVI^{e} siècle, mais aussi à cause du sens des mots, et des effets qu'a ce sens sur l'esprit. Effets d'autant plus forts, que l'objet désigné est plus abstrait. Quant à nous figurer que nous possédons désormais le bon concept, désigné par un terme fixé à jamais, ce serait aussi absurde que de croire à la fin de l'histoire.

Lorsque les mathématiciens emploient un mot usuel en lui donnant un sens savant, ils essaient en général de respecter le sens usuel: le sens savant peut être une abstraction du sens usuel (exemples: fonction, limite, droite…), ou un jeu avec ce sens usuel (tribu, groupe…), ou encore s'appuyer sur le sens usuel pour aider à l'intuition (ouvert, fermé…). Ainsi, Bourbaki fut un véritable écrivain: il a enrichi la langue, en renouvelant le sens de certains mots; d'où ses succès «mondains» en dehors du milieu mathématique. Les mathématiciens ne font pas comme les physiciens, qui désignent sous le nom de «parfumés» ou de «colorés» des quarks, pour lesquels de tels termes n'ont aucun rapport avec la notion habituelle de parfum ou de couleur. En mathématiques, les mots ne sont pas des désignations inertes, séparées radicalement des objets qu'ils désignent: mots et objets interagissent de façon parfois intime. Contrairement à ce qu'on pourrait croire, cela rend la compréhension plutôt plus difficile: il faut être capable de se laisser inspirer par le sens usuel, le cas échéant, sans se laisser tromper par lui, sans prendre pour une démonstration les effets de sens induits par le sens usuel. Un tel effort demande un entraînement spécifique[1].

Les objets mathématiques ont le même genre d'existence qu'un personnage de roman. Ce sont des mots, qui induisent des représentations, des affects, des questions, des exigences, etc. Qu'on ne puisse pas les manipuler n'importe comment ne signifie pas qu'ils soient astreints à forcément exprimer toujours quelque chose de réel: on ne peut pas non plus manipuler n'importe comment les personnages de roman. Pas plus que celle de Jean Valjean, par exemple, la force des objets mathématiques ne tient à quelque fidélité à un modèle dont ils seraient issus.

Que la langue soit un référent des mathématiques se voit également dans le fait que les difficultés logiques sont capitales pour elles (plus que pour les autres sciences). Or les difficultés logiques (les paradoxes, par exemple) sont souvent des difficultés de langue.

Bref, les mathématiques dépendent de la langue à un point extrême. D'où une première difficulté à leur vulgarisation, attestée par les réticences bien connues des revues devant la vulgarisation des mathématiques. De même qu'un résumé des *Misérables* est impuissant à faire rencontrer «réellement» Jean Valjean – la seule façon est de lire *Les Misérables* en entier – de même une vulgarisation des mathématiques qui prétend «simplifier» la langue pour être plus accessible ne permet pas de connaître les objets. En général, un objet mathématique n'est pas niché dans la réalité matérielle; il peut même parfois être entièrement au sein de la langue. «En mathématique, l'objet ne se distingue pas du langage qui l'exprime», a-t-on pu écrire[2]. Quoique peut-être excessive, cette remarque n'en met pas moins justement en évidence le fait que modifier la langue, c'est modifier le sens. Simplifier la langue atteint donc l'objet lui-même. La vulgarisation, alors, n'est plus seulement approximation: elle devient carrément trahison.

Les revues de vulgarisation sont mal inspirées lorsque, par souci d'homogénéité, elles récrivent les articles des chercheurs de diverses disciplines. Le fait que les chimistes, les mathématiciens, les physiciens, etc. ne manient pas la langue exactement de la même façon les uns et les autres dit quelque chose – ne serait-ce qu'au niveau de la perception intuitivement ressentie par le lecteur – sur les différences d'état d'esprit de ces disciplines. C'est un aspect que les revues perdent.

Démonstration

«Une part importante de la signification d'une proposition est dévoilée par sa démonstration», note Guy Wallet, qui exprime là une expérience familière aux mathématiciens. De plus, la vérité ou la fausseté d'une proposition peut dépendre du système dans lequel le mathématicien a choisi de se placer: Guy Wallet fait observer qu'un des plus célèbres théorèmes de l'analyse classique, le théorème de la valeur intermédiaire, devient faux dans le cadre de l'analyse effective[3].

Une démonstration est un discours. Il ne s'agit pas de montrer mais de convaincre, donc d'être compris. En outre, c'est un discours qui va droit au but: dans la conception actuelle, une démonstration n'est claire que si elle évite toute fioriture ou digression. Les indications non indispensables déroutent plus qu'elles n'aident: elles font perdre le fil. Là encore, vulgariser une démonstration paraît d'autant plus difficile que, si on peut reprocher aux mathématiciens un goût excessif pour l'abstraction, on ne peut guère leur reprocher une tendance à compliquer les démonstrations pour le plaisir ou pour faire de l'esbroufe. Lorsque leurs démonstrations sont compliquées, c'est qu'ils n'ont pas trouvé le moyen de faire simple. Il n'y a pas de jeu entre le discours d'un mathématicien et ce qu'il a dans la tête.

Curieusement, le discours mathématique présente une étape au cours de laquelle, pour se faire comprendre, il doit se taire. Après avoir donné assez de détails pour rendre «évident» chaque passage d'une affirmation à la suivante, l'orateur doit laisser aux auditeurs le temps suffisant pour faire leur cette suite d'«évidences». (Ce phénomène est bien perceptible quand on enseigne.) Ainsi donc, une démonstration est un pur discours, et pourtant, le moment où elle emporte la conviction est celui où elle finit par se taire! Un discours autre que mathématique peut toujours «parler encore»; l'évidence n'est jamais pour lui un butoir véritablement final, qui impose le silence; il y a toujours un «avant» ou un «ailleurs». Tel n'est pas le cas en mathématiques.

Sans doute l'évidence est-elle souvent trompeuse (en mathématiques comme dans tous les domaines). Il est possible que ce soit précisément dans ce qu'une génération tient pour évident, que la génération suivante décèlera des difficultés – insuffisance de rigueur, par exemple, ou sous-entendus inaperçus. Il n'empêche: la démonstration est achevée, un jour donné, quand l'auditeur, convaincu par le silence, la trouve évidente. Or rien n'est plus difficile à vulgariser: il faut de l'entraînement pour percevoir l'évidence derrière le silence!

Plaisir

Le chercheur en «mathématiques pures» est un spéculatif, il ne s'intéresse pas toujours de près aux réalisations concrètes susceptibles de naître de ses travaux. Bien sûr, il veut croire à la vérité des théorèmes qu'il démontre; bien sûr, il espère qu'ils se montreront importants. Mais ce dont il est le plus certain, c'est son plaisir.

Ce plaisir est complexe: curiosité, goût pour la difficulté à vaincre, ambition, obsession… mille autres choses encore. Le plaisir de comprendre, le plaisir de chercher sont des expériences vécues, donc fort malaisées à communiquer. Ce sont des plaisirs austères, auxquels on n'accède pas en touriste. Ils naissent et se développent de la pratique mathématique, ils lui sont internes. Comprendre une théorie mathématique difficile demande autant d'efforts que, par exemple, devenir musicien virtuose; nul ne peut se dispenser d'un très long apprentissage. Rien n'interdit d'essayer d'analyser la nature du plaisir mathématique, mais il s'agit alors de faire de la philosophie ou de la psychologie, ce qui éloigne de la vulgarisation, entendue comme moyen de mettre à la portée des non-spécialistes les résultats trouvés par les spécialistes.

Un plaisir s'éprouve, mais ne se décrit guère. Entendre une personne décrire un plaisir qu'elle connaît, elle, mais que vous ne connaissez pas, a tôt fait de devenir ennuyeux, voire incompréhensible. Sauf si cette personne a des qualités «littéraires» et s'exprime comme, par exemple, un écrivain capable de vous faire connaître un pays dans lequel vous n'êtes jamais allé. Là encore, ce type de qualités est très éloigné de celles exigées d'une bonne vulgarisation: la puissance d'évocation d'un écrivain ne naît pas, en général, de sa fidélité objective au pays qu'il décrit; une forte subjectivité est bien préférable. Le vulgarisateur, lui, tient avant tout à être clair (risquer d'être plat ne le trouble pas beaucoup). Ce qui, à ses yeux, valide ses écrits, c'est leur fidélité aux résultats, considérés comme absolus, objectifs, comme des avancées vers le progrès. Le vulgarisateur a parfois une idéologie plus «scientiste» que le chercheur.

Si la vulgarisation omet de parler du plaisir du chercheur, elle risque de figer ses résultats dans une immobilité et un sérieux définitif qu'ils n'ont pas forcément pour lui. Elle les «absolutise», les présentant comme l'unique raison d'être du chercheur, alors qu'une grande partie du plaisir de la recherche naît du mouvement, de la tension vers l'avenir. Sur ce point, la situation du chercheur, lorsqu'il vient de trouver, rappelle celle de l'écrivain, dont le livre fini est toujours moins beau que le livre rêvé, au moment où il l'écrivait. Et, de même que l'écrivain surmonte cette déception en faisant d'elle une stimulation pour écrire – donc rêver – à nouveau, le mathématicien se remet au travail. Mais la différence avec l'écrivain, c'est qu'il ne se destine pas à être lu par le plus vaste public possible.

La vulgarisation des mathématiques se fait souvent sous forme de jeu. Ainsi, par exemple, Ian Stewart[4] aime partir d'un jeu apparemment simple, voire puéril, puis dévoiler les mathématiques, éventuellement compliquées, qui sont dissimulées derrière. C'est une assez bonne procédure, dans la mesure où elle propose au lecteur de participer activement au plaisir. Mais elle donne une image inexacte des mathématiques, lesquelles sont loin de se réduire à des jeux – même plus élaborés. C'est un certain type de mathématiques qui est ainsi privilégié. La mission de «renseignement sur l'état actuel de la discipline», propre à la vulgarisation, est malmenée par cette façon de s'y prendre. (Il est vrai que personne, de nos jours, n'a plus de vue d'ensemble des mathématiques, tant elles sont vastes et divisées en spécialités multiples. Mais cela n'a rien de propre à cette discipline.)

Enfin, qui dit plaisir dit déplaisir. Il y a quelque chose de biaisé à ne vulgariser que les succès. «Nous souffrons 99% du temps», déclare le mathématicien Alain Connes, pourtant prestigieux[5]. La notion de déplaisir n'est pas moins complexe que celle de plaisir: sécher, par exemple, qui représente l'essentiel de l'activité mathématique, est un déplaisir, mais c'est en même temps le plaisir de la concentration obsessionnelle et exclusive sur un problème (la fameuse «distraction» du mathématicien). Réduire les mathématiques à des résultats, c'est les présenter sous forme décharnée. D'autant que le mathématicien, par son goût de la spéculation abstraite et difficile, est relativement moins sensible que d'autres aux résultats tangibles de ses travaux, et plus sensible aux émotions qu'ils font naître en lui.

Sacré

Un physicien déclarait: «Je ne comprends bien une équation qu'à partir du moment où je l'ai traduite en un montage expérimental fiable. Je n'ai pas le sentiment d'avoir saisi une théorie tant que je ne me la suis pas vulgarisée à moi-même.» Formule étonnante: elle signifie que, débordant le cadre des rapports entre spécialistes et non-spécialistes, la vulgarisation vient nécessairement s'interposer entre le scientifique et son propre objet d'étude! Peut-être en effet est-il impossible d'avoir le sentiment de comprendre sans avoir le sentiment de désacraliser. Qu'une théorie devienne accessible, par ce fait même elle perd son mystère et paraît alors commune. Comme le mystère ne s'évanouit jamais, c'est qu'il est parti ailleurs. Malgré l'effort réussi pour comprendre ladite théorie, le sentiment perdure que l'essentiel continue d'échapper. Exactement comme le lecteur de vulgarisation, auquel on ne dit pas tout, parce que «c'est trop compliqué»…

L'hermétisme des mathématiques est un de leurs traits les plus connus. Certes, la plupart des mathématiciens actuels rejettent avec indignation tout rapprochement entre leur activité et l'ésotérisme. Ils font des mathématiques pour elles-mêmes, ou éventuellement pour leur utilisation en physique, pas pour leur signification occulte, cabalistique ou numérologique! Les mathématiques sont complexes, elles ont rarement un enjeu matériel qui explique qu'on se passionne pour elles, leurs symboles sont obscurs pour le commun des mortels, parce que c'est dans leur nature, un point c'est tout. Cela n'a pas à être interprété: elles n'ont pas de valeur magique.

Soit: les mathématiciens ne se considèrent pas comme les grands prêtres de quelque mystère sacré interdit aux profanes. N'en déduisons pourtant pas qu'ils soient insensibles au plaisir d'être hors de portée desdits profanes. Le plaisir de se sentir intelligent parce qu'on est capable de comprendre des choses que personne d'autre ne comprend, ce n'est pas rien. «Il n'y a pas de voie royale vers la géométrie»: cette vieille maxime reste actuelle. Les mathématiciens aiment la difficulté, elle est pour eux une valeur; ils recherchent l'affrontement entre leur intelligence et la difficulté considérée en elle-même et appréciée pour elle-même. Ce n'est pas pour aller s'offrir à quelque lecteur qui se figure que, en une heure ou deux de vulgarisation, il pourra assimiler le sens profond de ce qu'ils ont mis des années à pénétrer! Les mathématiciens se montrent souvent agacés par ceux qui se contentent d'une compréhension approximative de leur travail et qui emploient leurs termes sans la rigueur voulue. La compensation d'une étude ardue et longue, c'est la satisfaction narcissique de se sentir souverain.

Même si leur rigueur n'est pas celle des mathématiciens, les physiciens ont besoin des mathématiques. Mais le fait, pour un objet, de passer des mathématiques à la physique, ne relève pas de la «vulgarisation». Les physiciens utilisent les objets mathématiques en les transformant. Alors que dans l'idée de vulgarisation, il y a une idée de contemplation. Paradoxalement, l'idée de «vulgarisation des mathématiques» s'applique mieux aux mathématiciens eux-mêmes, lorsqu'ils se renseignent par curiosité sur une spécialité mathématique éloignée de la leur. Cette vulgarisation-là n'est d'ailleurs pas facile du tout non plus à réaliser.

Pressés par l'«idéologie de la communication», les mathématiciens ont fait des efforts pour se rendre moins rébarbatifs aux yeux du public et sont allés en direction de la grande presse. Cela n'a pas été sans quelque déception, lorsqu'ils ont constaté la hardiesse extrême des journalistes dans leur façon de présenter les explications qui leur avaient été données. Mais communication ne signifie pas vulgarisation. De la part des mathématiciens, il a été question de «communiquer» – pour attirer de jeunes talents par exemple – beaucoup plus que de vulgariser vraiment les résultats.

Enfin, proche de la notion de sacré est celle d'esthétique. Rares sont les mathématiciens (au moins en Occident) qui n'y sont pas très attachés. L'esthétique joue un rôle de premier plan dans la façon dont chacun s'oriente au sein des mathématiques. La vulgarisation doit donc faire une large place à cet aspect. Nouvelle difficulté. La sensibilité esthétique naît d'une longue éducation du goût, jusqu'à ce que l'individualité s'exprime et fasse ses choix personnels. Vulgariser l'esthétique, cela risque de réduire cette dernière à des critères standardisés («est beau ce qui est simple», etc.). C'est donc tomber dans l'académisme, le kitsch.

Culture

Le passage par les médias peut être un moyen pour une théorie d'affirmer sa prééminence sur d'autres. Ce jeu de pouvoir est bien rodé dans notre société. Par exemple, quel que soit leur orgueil, la célébrité que la théorie des fractales s'est acquise auprès du grand public ne peut pas laisser de marbre les mathématiciens; le fait que cette théorie attire des mathématiciens n'est pas indépendant de l'appréciable succès public qu'elle connaît. (L'habileté dans le choix du mot «fractale» – mot à la fois nouveau et ancien, anglais et français, intuitif et savant – n'est sûrement pas pour rien dans ce succès.)

Quand elle est ainsi une tactique, tout ce qu'on demande à la vulgarisation, c'est d'être efficace en tant que moyen de pouvoir. Qu'elle soit ou non comprise par le public auquel elle prétend s'adresser est secondaire. Mais il existe aussi une vulgarisation moins intéressée, qui consiste à faire partager ce qu'on aime. Les remarques qui précèdent montrent qu'elle est d'une extrême difficulté. Mais enfin, il y a des amateurs de mathématiques, comme il y a des amateurs d'art. Pourquoi ne seraient-ils pas suffisamment familiers avec elles pour pouvoir les goûter, même dans leurs aspects techniques?

Quant à assigner à la vulgarisation un rôle «militant» d'éducation générale du public, cela ne paraît pas judicieux. Il est vrai que certains mathématiciens regrettent qu'on ne puisse pas passer pour cultivé, dans notre société, si on n'a pas lu *Madame Bovary*, alors qu'on peut très bien passer pour tel même si on ignore tout des sciences. Mais ce regret, dans leur bouche, montre qu'ils confondent «culture» et «connaissances». La culture exige, bien sûr, des connaissances (pas toutes: c'est impossible!), mais elle exige aussi qu'on sache les relativiser, en ayant conscience que, si savant soit-on, l'inquiétude reste, les questions essentielles échappent toujours – le sens de la vie et de la mort, etc. On peut avoir lu tous les livres et connaître toutes les sciences, mais être incapable de prêter attention à l'autre – à l'ignorant, par exemple! Or l'attention à l'autre est par excellence l'attitude de culture. Aucun savoir (qu'il soit littéraire ou scientifique) ne donne à coup sûr à son détenteur le moyen de ne pas se crisper sur ledit savoir. Le savoir peut être un moyen d'ouverture, il peut aussi être un moyen de fermeture[6]. Le secret de la culture n'est pas en lui. Peut-être est-il dans l'éducation?

Comme toute activité humaine, les mathématiques ont leurs richesses et leurs limites. Si elle prétend s'en tenir aux résultats, si elle prétend n'évaluer ces derniers qu'en fonction de leur «importance objective», si elle omet le plaisir et les subjectivités diverses des chercheurs, la vulgarisation «propagandiste» en vient à présenter les mathématiques comme une espèce de bien en soi, dont il «faut» faire profiter tout le monde. C'est leur donner une valeur d'absolu qu'elles n'ont pas. Pour certaines personnes, elles sont un élément de culture, c'est-à-dire le moyen d'une réflexion, d'une méditation, d'une remise en question et en perspective qui ne se réduit pas aux pures et simples connaissances factuelles, techniques. Pour d'autres, les mathématiques ne peuvent jouer un tel rôle. Cela n'a aucune incidence sur le fait que ces diverses personnes soient ou non «cultivées». L'essentiel est d'avoir des connaissances, ainsi que l'aptitude à prendre du recul sur soi, sur la société, sur ces connaissances elles-mêmes.

Reste l'idée que, nos sociétés reposant beaucoup sur la science, la vulgarisation serait un moyen de les comprendre, donc serait un outil pour la démocratie. La transparence: par exemple, celui qui connaît les statistiques risquerait moins de se laisser duper par les sondages que celui qui les ignore. Ce dernier point est douteux: tout savoir produit de l'opacité et tend donc des pièges à son détenteur (ne serait-ce que ce qu'on appelle familièrement la «déformation professionnelle»). De plus, les connaissances ne sont pas nécessairement toujours libératrices – c'est une expérience dramatique que notre siècle a faite (la science, outil de mort dans les camps, par exemple). Enfin, l'idéal de démocratie grâce à la transparence, et de transparence grâce à la diffusion massive du savoir, sous-estime, voire omet, la grande aptitude des pouvoirs à s'entourer du secret dont ils ont besoin pour se perpétuer.

Notes

1. Sur les mots des mathématiques, voir:

   S. Baruk, *Échec et maths*, Seuil, 1973; rééd. 1977.

   S. Baruk, «Article mots», *L'écrit du temps, 2, Langues familières, langues étrangères,* éd. de Minuit, s.d.

   R. Étiemble, *Le jargon des sciences*, Hermann, 1966.

   D. Nordon, *Les mathématiques pures n'existent pas!*, Actes Sud, 1981; rééd. 1993.

   D. Nordon, «Mathématiques, forme littéraire», *Cahiers Arts et Sciences*, nº 1, Bordeaux, 1994, à paraître.

   R. Queneau, *Bâtons, chiffres et lettres*, Gallimard, 1965.

2. B. Chédozeau, «Du baroque», *Le Croquant*, nº 9, printemps-été 1991.

3. G. Wallet, «Démonstration et signification en mathématiques», IREM Paris-Nord, nº 84, 1993.

4. Rubrique régulière de Ian Stewart dans *Pour la Science.*

5. A. Connes, *Le Monde, Dossiers et Documents*, avril 1989.

6. D. Nordon, *L'intellectuel et sa croyance*, L'Harmattan, 1990.